

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 1 martie 2008

Filiera tehnologică : profil tehnic

CLASA A X-A

I. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{6 + \sqrt{x}}$

- a) Să se studieze monotonia funcției.
- b) Să se arate că există o infinitate de valori a astfel încât $f(a)$ să fie număr rațional.
- c) Să se rezolve în $(0, \infty)$ ecuația $f(x) = 2^{5-x}$.

II. Se consideră numărul real $a = \sqrt[3]{4 + \sqrt{8}} + \sqrt[3]{4 - \sqrt{8}}$.

- i) Să se verifice relația $a^3 - 6a - 8 = 0$.
- ii) Să se calculeze $\log_2(a^2 - 6) + \log_a\left(\frac{8}{a} + 6\right) + \log_{1/2}\left(\frac{1}{a}\right)$.

III. Se consideră $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = z^3 + (3-i)z^2 - (1+4i)z - 3i - 3$.

- a) Să se calculeze $f(1+i)$.
- b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor complexe, ecuația $f(z) = 0$, știind că admite cel puțin o rădăcină reală.

IV. Candidații prezenți la preselecția pentru un spectacol televizat sunt persoane având vârsta aparținând mulțimii $\{10, 11, 12, \dots, 35\}$ (ani). În câte moduri poate fi aleasă o echipă de 3 persoane, de vârste diferite, astfel încât suma vârstelor celui mai mic și celui mai mare membru din echipă să fie 45 ani?

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7